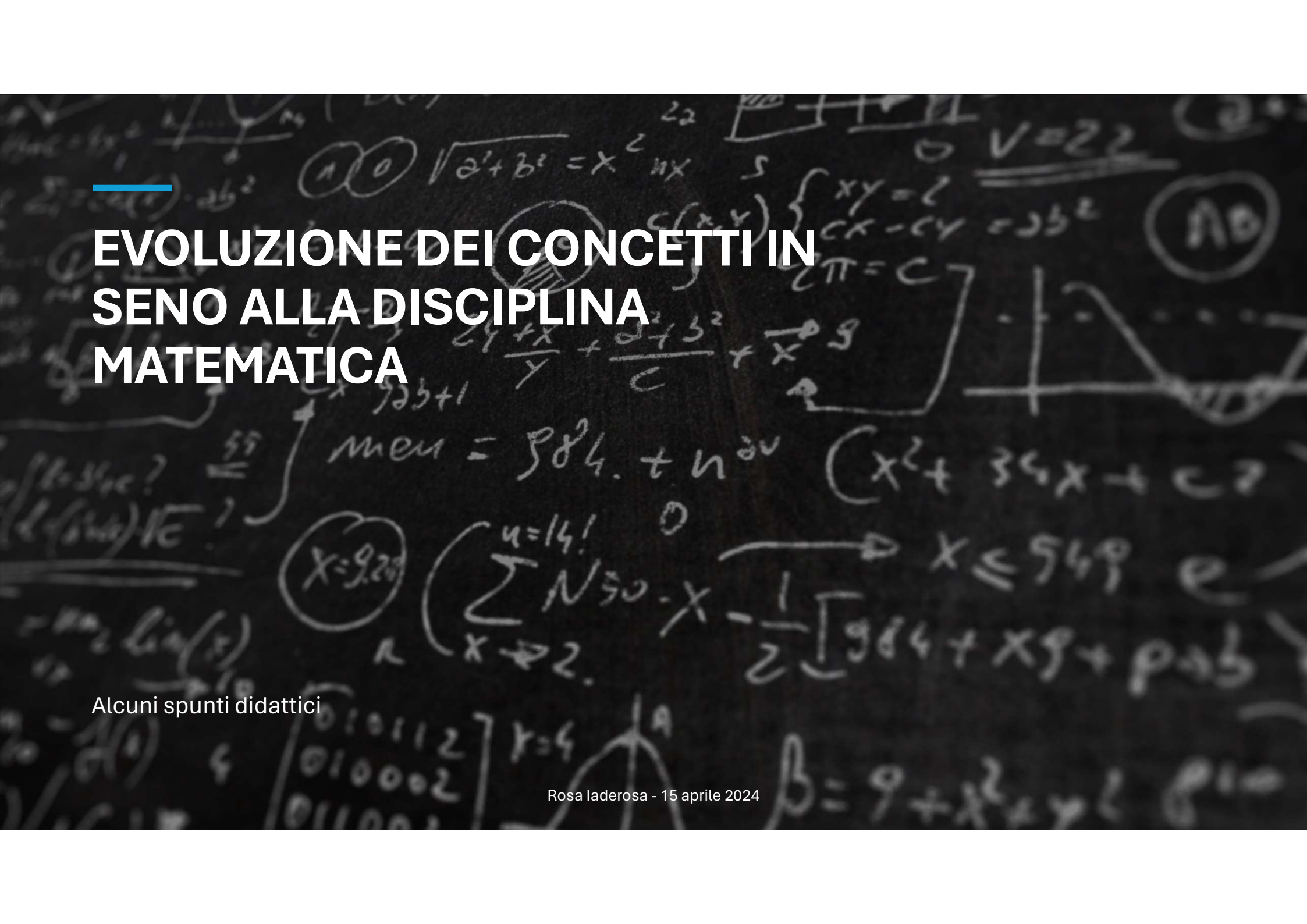




EVOLUZIONE DEI CONCETTI IN SENSO ALLA DISCIPLINA MATEMATICA

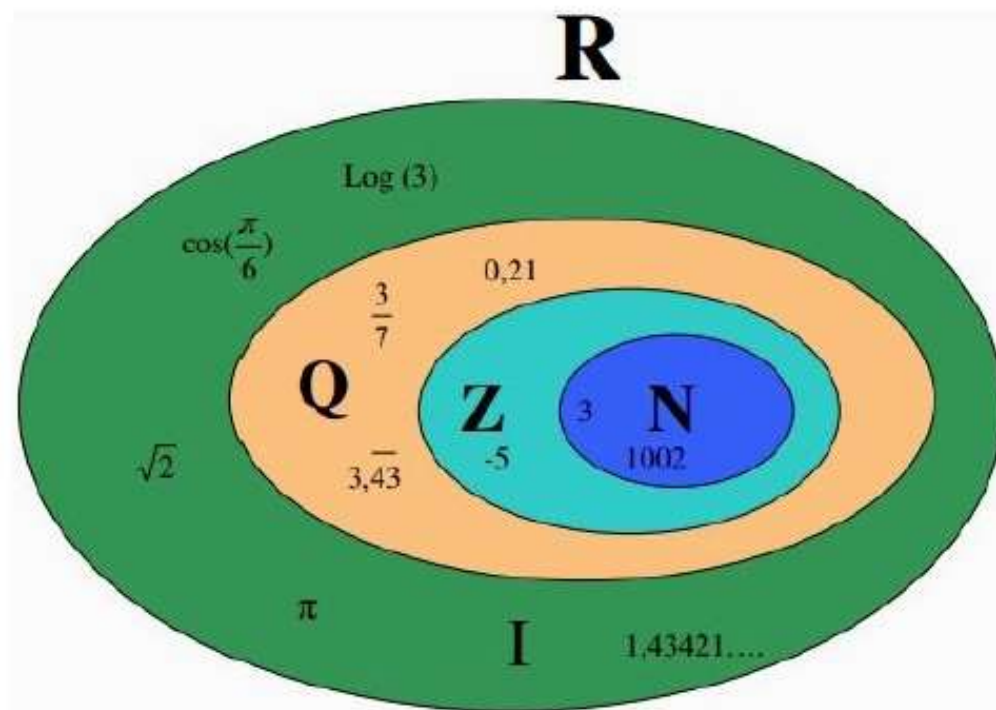
Alcuni spunti didattici

Rosa Iaderosa - 15 aprile 2024

AMBITO NUMERI

INSEGNARE PER PROBLEMI

*Sono proprio dei
sottoinsiemi?*



Quali proprietà si conservano e
non , nei successivi
ampliamenti?

Quali i «vantaggi» per il nuovo insieme di
numeri?

- il *segno* come parte del numero
- Le *operazioni aritmetiche fondamentali* i loro significati e modelli – le loro p
- La *divisione* tra interi e non
- la *frazione* e il *numero razionale*
- *conciliare le rappresentazioni* frazi
- *decimale* del numero razionale
- gli *ordinamenti*

..... ■

I problemi
didattici

Il segno -

-4 +32 - 1/4

$(3x-12) - (5x+2) = \dots$

$-(2x-3xy+5) = \dots$

- il numero come **coppia** segno, cifre
- il segno – come segno dell'operazione (binaria) di **sottrazione**
- il segno – come operatore (unario) **opposto**

La relazione d'ordine

L'ordine naturale

Alti ordinamenti

La misura

La teoria della misura, applicata a livello elementare, conduce ad una visione della misura di una grandezza come una funzione a valori nell'insieme dei numeri reali maggiori o uguali a zero.

Già il prendere confidenza con insiemi non nulli che hanno area di misura nulla crea delle difficoltà per gli allievi.

Ma il superamento di questa visione e il passaggio alla misura con il calcolo integrale dovrebbe condurre a riflessioni approfondite sul cambiamento di una concezione elementare della misura.

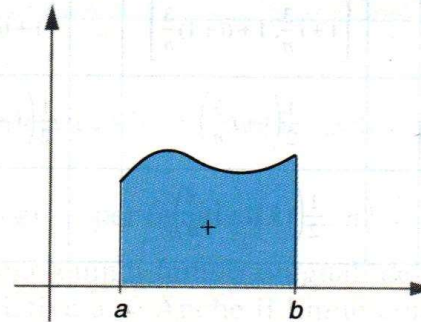
Il calcolo infinitesimale ci pone di fronte a nuove situazioni come queste:

Insieme con
misura dell'area
negativa, o
nulla, se in
presenza di
simmetrie

L'area A compresa tra il grafico della funzione $y = f(x)$, l'asse delle ascisse e le rette $x = a$ e $x = b$ è data da:

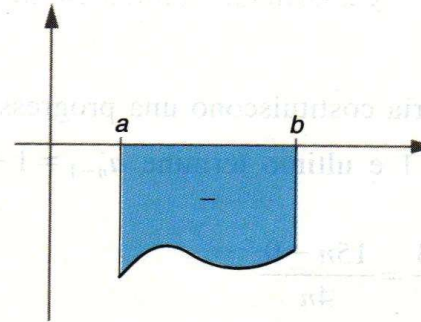
- se $f(x) \geq 0$ in $[a, b]$:

$$A = \int_a^b f(x) dx$$



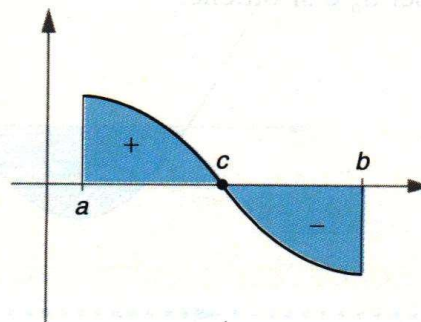
- se $f(x) \leq 0$ in $[a, b]$:

$$A = -\int_a^b f(x) dx$$



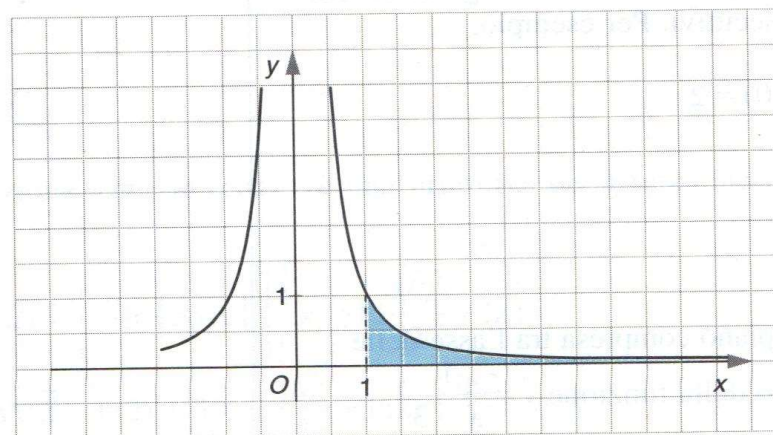
- se $f(x) \geq 0$ in $[a, c]$
e $f(x) \leq 0$ in $[c, b]$:

$$A = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$$



Vogliamo determinare l'area della regione illimitata compresa tra l'asse delle ascisse e il grafico della funzione $y = \frac{1}{x^2}$ appartenente al semipiano $x \geq 1$.

La regione è tutta 'al di sopra' dell'asse delle ascisse; nonostante sia illimitata, la sua area non è, come si potrebbe pensare, infinita.



Alcune parti di
piano illimitate...

Per calcolare tale area, consideriamo un numero reale $t > 1$ ed effettuiamo il calcolo dell'integrale nell'intervallo $[1, t]$:

$$\int_1^t \frac{dx}{x^2} = \left[-\frac{1}{x} \right]_1^t = -\frac{1}{t} + 1$$

L'area richiesta si ottiene calcolando il limite, per t tendente a $+\infty$, dell'espressione qui sopra. Si può scrivere:

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_1^t \frac{dx}{x^2} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{t} + 1 \right) = 1$$

La regione è quindi equivalente a un quadrato di lato unitario.
Una superficie illimitata può quindi avere come area un numero reale definito.

Insiemi non
limitati con
misura dell'area
finita