

L'invenzione del numero

Le righe che seguono sono il racconto di una personale storia di apprendimento realizzata all'interno di un gruppo di ricerca interdisciplinare sull'apprendimento della matematica. Ho perciò denominato i passaggi successivi del mio percorso con espressioni derivanti dai suggerimenti degli esperti del gruppo: le domande che mettono a fuoco il problema da cui partire, le situazioni problematiche e i compiti che attivano la ricerca del gruppo, l'importanza di costruire strumenti di valutazione che consentano di osservare la competenza in azione e siano guida all'apprendimento; le suggestioni che provengono dalla storia, che aiuta a evidenziare le situazioni problematiche che hanno generato ogni avanzamento culturale

Cominciare dalle domande

Che cosa sono i numeri? A che cosa servono? Le risposte a queste domande possono essere molteplici e sarà sempre di grande interesse raccogliere le risposte degli allievi. Credo che nessun docente di Matematica dovrebbe rinunciare ad una esperienza così significativa per l'avvio della sua esperienza didattica in una nuova classe. Esperienza ricca per gli allievi che mettendo insieme il quadro dei loro convincimenti e delle loro intuizioni acquistano consapevolezza delle ragioni del loro impegno. Altrettanto ricca per l'insegnante che acquisisce informazioni sull'atteggiamento di ciascuno verso la disciplina, e comincia ad attivare il gruppo attorno al problema della funzione del numero e della matematica.

Si tratterà ogni volta di risposte molteplici dalle quali sarà sempre possibile evidenziare lo stretto legame tra la matematica e sviluppo della civiltà, ma che possono essere innanzitutto ricondotte ad un bisogno essenziale: capire ed esprimere la quantità. «Distinguere l'unità dall'assenza, unità dalla ripetizione, dal molteplice, arrivare a stabilire di più, di meno», ci ricordano Bruno D'Amore e Silvia Sbaragli (*La matematica e la sua storia. Dalle origini al miracolo greco*, Edizioni Dedalo, Bari 2017), sono probabilmente i primi ragionamenti di carattere matematico che abbiamo compiuto in una età remota e che probabilmente danno luogo a competenze elementari e naturali che condividiamo con molti altri animali.

Attivare la ricerca dei gruppi

Queste competenze elementari (distinguere unità e molteplicità, utilizzare le categorie “di più” o “di meno”) non sono ancora “contare” e non utilizzano ancora il numero. Parliamo (con D'Amore e Sbaragli) di primi ragionamenti e competenze elementari basati tuttavia su nozioni istintive degli aspetti più elementari della numerazione: uno, più d'uno, coppia, molti. Ci chiediamo allora: come si arriva da questa prima idea “naturale” di quantità al concetto di numero? In un gruppo classe che si è chiesto cosa sia il numero e ha avviato la sua indagine per capirlo potrebbe essere il momento di mostrare alcune immagini provenienti da un passato remoto: l'osso di Lebombo, l'osso di Ishango, l'osso di lupo datato -32.000 rinvenuto da Karel Absolon. Il modo migliore di cui disponiamo per provare a capire il passaggio dalle numerazioni più elementari e istintive all'idea del numero è prendere in esame i più antichi reperti di valenza matematica di cui disponiamo: ossa intagliate del Paleolitico superiore. Potrebbe esser questo il momento di chiedere a piccoli gruppi di raccogliere informazioni sui reperti mostrati, fare una riflessione sul loro significato matematico e riportarla alla classe.

Fornire una mappa per il lavoro del gruppo

La mappa deve presentare la domanda che chiarisce il compito. Ad esempio: che cosa ci dicono alcuni antichissimi reperti sulla matematica dei nostri antenati? E contenere tutte le domande che guidano il lavoro successivo, nelle sue diverse fasi:

- Messa a fuoco del problema: chiarire il compito da affrontare, la situazione problematica su cui attivarsi. Di che reperto si tratta? come si presenta? perché pensiamo ci dia informazioni matematiche?
- Strategia risolutiva: i processi di azione, le strategie operative che il soggetto deve attivare per rispondere al compito richiesto. Come interpretare i segni? che caratteristiche presentano? ci rimandano ad un modello di numerazione o ad una realtà numerabile? Quali conclusioni possiamo trarre (in attesa di confrontarci con i risultati degli altri gruppi)?
- Regolazione e controllo: i processi di autoregolazione attivati, la spiegazione del procedimento seguito, in parte inseparabile dallo svolgimento del procedimento, ma utilizzabile in fase di controllo e revisione. Ho risposto alle domande precedenti (messa a fuoco e strategia di soluzione)? a quali altre domande abbiamo risposto? esiste coerenza tra le diverse risposte? il procedimento è chiaro? il risultato comprensibile?

Al docente esperto non sfugge che questa mappa per il lavoro descrive la competenza che vogliamo esercitare e ci fornisce la struttura di una scheda di autovalutazione (che è sempre nello stesso tempo, guida per il lavoro e invito alla riflessività).

Sistematizzare

A commento e sistematizzazione dei risultati delle relazioni si potrà ricorrere alla suggestiva immagine del pastore che controlla il rientro delle sue pecore.

Basta immaginare un pastore che sorveglia un gregge di pecore e che, per controllarle al rientro della caverna, le fa entrare una alla volta; per ciascuna che gli passa davanti, pratica con una selce una tacca su un bastone, oppure tiene il bastone saldamente in mano e fa scorrere l'unghia del pollice sulle tacche già incise, una per ogni bestia rientrata. In questo modo, poter controllare ogni giorno, numerando uno a uno ciascuna pecora, se il suo gregge è al completo (*La matematica e la sua storia...* cit. p. 21).

Sarà importante notare che ‘computare’ (*cum putare*), prima di assumere il significato di calcolare, significa appunto tagliare insieme, intagliare. Va tuttavia osservato che il bisogno di tenere una contabilità di utensili, viveri armi è sicuramente più antico della pastorizia e gli uomini avranno trovato con i sassolini (*calculi*) o con gli intagli pratiche concrete di contabilità nelle epoche più remote. All’esigenza di contabilità e distribuzione (quanti viveri e quante bocche? Quante armi e quanti cacciatori?)¹ si risponde attraverso la corrispondenza uno a uno che permette di confrontare la numerosità di due gruppi di cose, senza far ricorso al concetto astratto di numero, come per la corrispondenza delle tacche sull’osso e le pecore da ricondurre nella grotta, o come la corrispondenza tra i lupi che si avvicinano e le dita della mano che uso per segnalarlo.

Qualche esercitazione

Prima di occuparci del passaggio decisivo al numero, può essere utile indugiare sulla conquista dell’idea di corrispondenza biunivoca che attiva il processo di astrazione che ci conduce al numero.

¹ *Numerus* deriva da una radice indoeuropea num/nom che significa ‘assegnare’, ‘distribuire’.

Alcune semplici esercitazioni dal sapore ludico potrebbe risultare efficaci. Si potrebbe, ad esempio, far uscire uno alla volta gli alunni e segnare un tacca verticale alla lavagna per ciascuno che esce. Quindi farli rientrare e controllare la corrispondenza con le tacche, tracciando un segno orizzontale ogni 5. Quando saranno tutti in classe chiedo che cosa ho fatto? Le spiegazioni raccolte, oltre ad consolidare l'esperienza della corrispondenza biunivoca, possono introdurre i concetti di numerazione a base 5 e a base 10 e le ragioni della loro diffusione.

Può essere utile indugiare su esercizi di numerazione con le mani e mostrare, ad esempio, come contare fino a 30 con le dita delle mani (con una numerazione a base 5). Trovo un vero peccato che da bambino mi abbiano subito intimato di non usare le mani per i calcoli. Credo che ne avrei tratto vantaggio. Mi ritorna in mente la rapidità con cui la maestra mi sottrasse il pallottoliere. Allora soffrii per il bell'oggetto che non potevo più manipolare. Capisco oggi che avrei meglio approfondito la natura del numero. Credo che anche qualche esercitazione con il pallottoliere possa risultare utile e, in modo diverso, sia utilizzabile a tutte le età.

Un processo di astrazione

Ci si prepara al numero attraverso un'azione astratta che esprime una caratteristica comune alle due raccolte in questione: la corrispondenza biunivoca che «ha la proprietà di non tener conto della natura degli oggetti dei due insieme considerati, valendosi così di un'azione astratta che esprime una caratteristica comune alle due raccolte in questione» (*Op. cit.*, p. 21). Con 29 tacche su un osso, posso considerare 29 pecore, 29 vasi, 29 frecce, 29 giorni di un ciclo lunare....

Per il percorso al numero, mi rifaccio ancora una volta alla prosa di D'Amore e Sbaragli:

Ai primordi della storia dell'uomo, quando le quantità venivano finalmente indicate con un solo di voce, quelli che per noi sono numeri avevano nomi diversi a seconda del tipo di oggetti cui si riferivano. per cui, il 2 di 2 banane era diverso dal 2 di 2 pietre per il semplice fatto che le qualità di banane e pietre sono essenzialmente diverse (*Op. cit.*, p. 27).

Siamo così pronti al passaggio decisivo all'idea di numero.

È un passaggio di astrazione magico, chissà quanto lontano nel tempo, quello in cui l'essere umano ho capito che potevo usare un solo suono, due, per indicare qualsiasi coppia di oggetti; cioè che in due banane e in due pietre di qualcosa in comune, ciò che oggi chiamiamo quantità, indipendente dalle caratteristiche degli oggetti contati. Un'astrazione folgorante che ha portato alla ricerca dei nomi dei numeri, indipendentemente dalla qualità degli oggetti numerati (*Op. cit.*, p. 28).

Finalmente una definizione

Solo ora siamo in grado di fornire una definizione di numero - le definizioni sono sempre un punto d'arrivo (provvisorio), mai di partenza - che ci consente di aprirci a nuove domande. Questa la definizione che preferisco: i numeri sono enti astratti che costituiscono una successione ordinata; servono a contare, a indicare la quantità degli oggetti costituenti un insieme. È evidente che mi sto riferendo alla serie naturale dei numeri interi e che tante cose dobbiamo ancora scoprire ancora del numero. Disponiamo già, tuttavia, di altre informazioni che ci consentono di porre la domanda: che cosa sono i numeri naturali? perché li chiamiamo così? perché non bastano?

Quando parliamo di numeri naturali ci riferiamo alla serie dei numeri interi con cui contare ciò che vediamo, sono una successione ordinata che usiamo per indicare la quantità degli oggetti (costituenti un insieme), la chiamiamo naturale perché rivolta innanzitutto agli oggetti che osserviamo in natura (quindi anche agli enti artificiali e e agli enti astratti), e perché corrisponde ad una matematica naturale "insita nella natura", al punto che, in una certa misura, gli esseri umani condividono con altri esseri viventi.

Il prossimo passo

A vantaggio della nostra comprensione del concetto astratto di numero, abbiamo ripercorso alcune probabili tappe del cammino dell'essere umano verso il numero: dalla istintiva nozione sugli aspetti più elementari della numerazione (uno, nessuno, più d'uno) alle tacche sul bastone per una più accurata contabilità; dalla creazione di nomi specifici per i numeri legati al tipo di oggetti contati, all'ideazione di nomi dedicati esclusivamente ai numeri indipendentemente dalla tipologia di cose contate, fino all'ideazione dei simboli opportuni. Da qui converrà ripartire per consolidare la nostra acquisizione del concetto di numero e chiarire meglio cosa sono i numeri naturali e, soprattutto, scoprire perché non i numeri naturali non bastano.