

L'argomentazione come dimensione trasversale

In una didattica per problemi e per concetti

L'argomentazione



Nelle attività matematiche l'argomentazione viene comunemente intesa come ***un aspetto della comunicazione tra i componenti di un gruppo al fine di discutere sui concetti, o costruire concetti.*** Essa è utilizzata anche come **esplicitazione dei processi di pensiero, e della loro struttura.** Si tratta quindi di un'attività che si esplica prevalentemente attraverso un discorso verbale, orale o scritto.

L'argomentazione

Per argomentare “...si considerano quei processi eminentemente discorsivi che concernono il pensiero matematico; essi risultano da un **intreccio dialettico** tra *rappresentazioni simboliche* (i segni dell'aritmetica, le figure della geometria) e le *attività discorsive* su questi con cui il soggetto dà significato agli enunciati matematici, che **sono sempre di tipo misto** (segni specifici del linguaggio simbolico proprio della matematica e parole del linguaggio naturale)...” (*dal documento UMI, Matematica 2001*) .

Dunque, l'argomentazione...

è un'attività *linguistica* che :

- serve per *convincere sé stessi e altri* della *validità* delle nostre *affermazioni*
- deve fondarsi su un *ragionamento*
- può *negare* o *affermare* una tesi
- a volte viene prodotta per dare spiegazioni in una fase euristica
-

Dall'argomentare al dimostrare in matematica



Nonostante l'argomentazione sia un'attività svincolata dalla matematica, (ha infatti un interesse anche in ambito linguistico e testuale), nell'insegnamento della matematica anche la dimostrazione si innesta attraverso una evoluzione formale e teorica dell'argomentazione.

Possibili definizioni

Uno dei modi più semplici per caratterizzare l'argomentazione consiste nel partire dalla definizione di

"argomento" come "ragione addotta per la validità di una affermazione"

(può trattarsi di un dato, di un'esperienza, del riferimento ad una teoria condivisa, ecc.),

e nel considerare una **"argomentazione"** come **"un discorso che coordina diversi argomenti al fine di giustificare una affermazione"**.

Importanti vocabolari (come il Webster, per la lingua inglese) adottano tale definizione.

Ci si rende tuttavia conto, quando si vuole analizzare un testo, stabilire se si tratta di una argomentazione e analizzarla, che si tratta di una definizione insufficiente, in quanto alcune parole usate ("ragione", "coordina"...) dovrebbero a loro volta essere definite, e soprattutto **non operativa per l'analisi**.

" ...Con il termine **argomentazione** si intende la presentazione di varie tesi e la loro verifica o confutazione con semplici ragionamenti, con esempi immediati o con prove sperimentali. ..."
(C. Marchini, 2003)

Un'analisi più completa

Interazioni tra argomentazione e dimostrazione

"...La matematica ha un modo proprio di trattare i problemi, a differenza delle scienze sperimentali, in cui convivono argomentazione e dimostrazione. Questo perché nella matematica sono presenti aspetti intuitivi e sperimentali oltre ai ben noti aspetti formali o deduttivi.

Lo studioso che affronta un problema, nella ricerca della soluzione procede con argomentazioni che possono avere la forma di ragionamenti di tipo induttivo o euristico o ancora per analogia, generalizzazione o particolarizzazione. In questa fase non vi è nulla di sistematico: è questo il momento in cui la fantasia e il gusto del matematico hanno il sopravvento e a volte la strada corretta da percorrere è frutto di conclusioni errate che vengono usate come ispirazioni. **Una volta individuata la soluzione, la giustificazione della stessa è affidata alla capacità di sviluppare il pensiero formale rigoroso mediante dimostrazioni.** Infatti al ragionamento ipotetico deduttivo è affidato il compito che, ad esempio, in Fisica, è tenuto dall'esperimento concreto, cioè la conferma delle argomentazioni..."

(C. Marchini, 2003)

Dunque, l'argomentazione...

è un'attività *linguistica* che :

- serve per *convincere sé stessi e altri* della *validità* delle nostre *affermazioni*
- deve fondarsi su un *ragionamento*
- può *negare* o *affermare* una tesi
- a volte viene prodotta per dare spiegazioni in una fase euristica
-

LOGICA e PENSIERO LOGICO



La *logica* studia la correttezza dei ragionamenti, rispetto a sistemi formali che la garantiscono

Il *pensiero logico* è un'attività del pensiero umano che va oltre i confini della logica, a volte si basa anche su *abitudini*, consuetudini riconosciute socialmente, *concezioni ingenue* e non universalmente riconoscibili

La necessità per l'insegnamento

E' necessario, anzi indispensabile, che nell'*insegnare a ragionare a scuola* si parta dalle concezioni intuitive spontanee degli allievi, si indaghi su queste, si rilevi il loro modo spontaneo di giustificare affermazioni di tipo concreto, induttivo, deduttivo, in modo da comprendere in quale modo innestare canoni corretti e formali su queste attività del pensiero preesistenti.

I livelli di competenza per la dimensione argomentativa



Come per tutte le competenze, anche per l'argomentazione è possibile, anzi opportuno, distinguere **diversi livelli** nella evoluzione di essa.

Un contesto interessante per osservare l'evoluzione di questa dimensione è quello dei problemi “in verticale” proposti a più livelli scolari:

emergono in questi casi prestazioni commisurate sia agli strumenti matematici posseduti, sia al livello di competenza argomentativa.

Il valore formativo dell'argomentazione



Molta attenzione dovrà essere dedicata alla *verbalizzazione delle attività discorsive* che gli alunni esplicano nell'esplorare campi di esperienza: mai come in questo caso *le funzioni del linguaggio sono essenziali per la costruzione dei significati matematici* (nei due sensi detti sopra).

In tal modo l'attività discorsiva diventa *argomentazione matematica* e successivamente *dimostrazione*.

Costruire competenze argomentative

Gli allievi in matematica possono argomentare:

- *esplicitando il loro pensiero con i compagni e con l'insegnante*
- *verbalizzando procedure operative*
- *verbalizzando strategie risolutive*
- *giustificando razionalmente proprietà*
- *interagendo nella discussione di classe*
-

Aspetti linguistici e logici



Non sempre buone argomentazioni sul piano linguistico lo sono anche dal punto di vista logico e viceversa.

A volte un'argomentazione linguisticamente povera, o contorta, può essere una buona argomentazione sull'organizzazione logica del pensiero.

Interessanti sono le produzioni argomentative riguardo all'attività di risoluzione di problemi.

Nelle attività di risoluzione di problemi

- *gli studenti argomentano:*
 - Nelle attività di risoluzione di problemi
 - per esplorare consapevolmente una situazione problema o una configurazione geometrica e descriverne caratteristiche, proprietà varianti e invarianti;
 - ipotizzare la validità di una strategia,
 - esplicitare verbalmente, motivare e spiegare varie fasi di una procedura e dei risultati ottenuti;
 - spiegare quando e perché il controllo ci ha consentito di rivedere la strategia ci consente di rivedere la strategia risolutiva,
 - riflettere sulle procedure scelte e ritornare su queste scelte motivandole, interpretare e reinterpretare in un contesto i risultati ottenuti attraverso l'utilizzo di un modello
 -

Alcune attività importanti e formative

- ? motivare risposte
- ? giustificare affermazioni
- ? discutere collettivamente “ragionamenti” forniti da alcuni allievi, non necessariamente corretti
- ? educare a distinguere tra:
 - verifiche su esempio
 - argomentazioni su casi generali
 - congetture e controesempi
 - dare spazio a problemi vari, non prevalentemente di tipo calcolativo e sulla misura
 - introdurre precocemente il linguaggio algebrico
 -

Alcuni esempi

25^e RMT

FINALE

maggio 2017

©ARMT 2017

21

14. SALTI DI CANGURO (Cat. 7, 8, 9, 10)

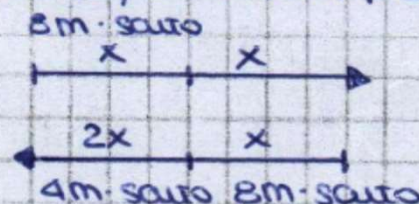
Mamma canguro esce dalla tana con il suo piccolo nel marsupio e attraversa la radura per raggiungere il ruscello. Procedo con andatura regolare compiendo salti di 8 m ciascuno. Al ritorno fa di nuovo esattamente lo stesso percorso procedendo ancora con salti di 8 m. A metà strada, però, si ferma, fa uscire il piccolo dal marsupio e continua il percorso, fino alla tana, saltando insieme a lui con salti regolari di 4 m ciascuno.

Alla fine, mamma canguro, tra andata e ritorno, ha fatto in tutto 135 salti, tra salti di 8 m e salti di 4 m.

Quanti metri ha percorso il piccolo canguro saltando sulle proprie zampe?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

Per prima cosa abbiamo diviso il percorso di andata a meta' e, visto che mamma canguro all'andata ha un'andatura regolare di 8 m per salto, le due meta' sono uguali. Abbiamo poi chiamato sia la prima sia la seconda meta' x . Il percorso del ritorno lo abbiamo diviso a sua volta a meta'; la prima meta' dove mamma canguro manteneva l'andatura regolare di salti lunghi 8 m l'abbiamo nominata x (visto che congruente alle altre due meta' del percorso di andata), mentre la meta' restante, visto che mamma canguro e il suo piccolo percorrono 4 m a salto, l'abbiamo chiamata $2x$, perche' in essa fanno il doppio dei salti che mamma canguro ha fatto in ciascuna meta' precedente. Infine, sommando tutte le x e ponendole uguali a 135 (salti totali) siamo arrivati a capire che x valeva 27 salti e che quindi $2x$ (l'ultima meta' del ritorno) valeva 54 salti. Per trasformare i salti in metri abbiamo poi moltiplicato i 54 salti per i 4 m della loro lunghezza, quindi 54 salti per 4 m e' uguale a 216 m, ovvero il percorso completo del piccolo.

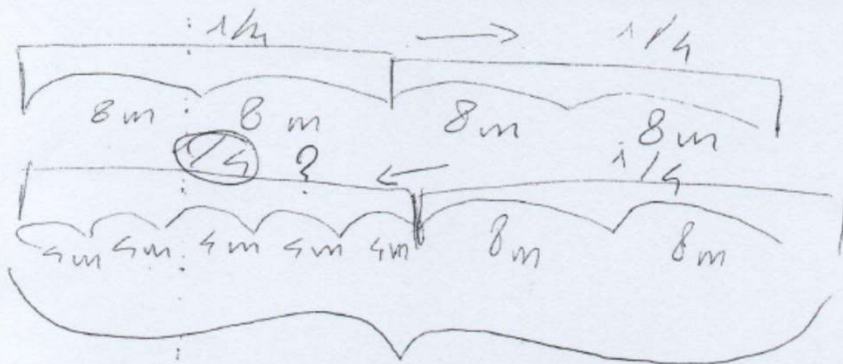


$$\frac{8x}{8} = \frac{135}{5} \Rightarrow x = 27 \text{ salti}$$

$$2x = 27 \cdot 2 = 54 \text{ salti}$$

$$54 : 4 = 216 \text{ m}$$

Risoli il problema spiegando il più possibile con le tue parole il ragionamento che hai fatto.



135 SARTI

$$\frac{1}{4} \times 135 = 33,75$$

$$135 : 8 = 16,8$$

$$16,8 \times 4 = 67,2$$

$$\frac{16,8}{216}$$

Un'argomentazione
che riproduce il
processo di pensiero
per il soggetto e non
per altri

È possibile osservare un'evoluzione nella competenza argomentativa?

Rally : 25.I.06 ;

Categorie : 4, 5, 6

Ambito concettuale : Funzioni, successione di figure geometriche

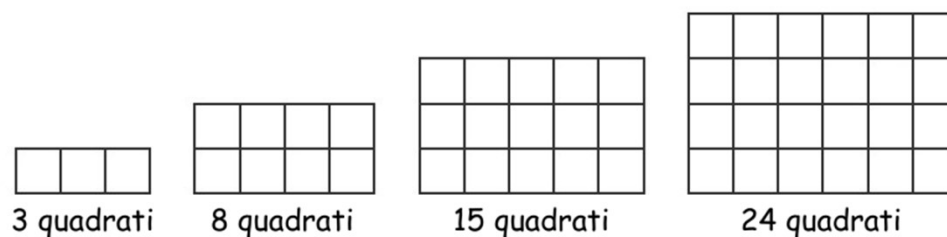
Sunto

In una successione di griglie di cui sono date le prime quattro (1×3 ; 2×4 ; 3×5 ; 4×6) con l'indicazione del corrispondente numero di quadretti (3 ; 8 ; 15 ; 24), verificare se si possono costruire delle griglie da 112 e 224 quadretti.

Enunciato del problema

Asmine disegna una serie di griglie rispettando la seguente regola: per ogni nuova griglia aggiunge una riga e una colonna di quadretti alla griglia precedente.

Queste sono le quattro griglie che ha già disegnato:



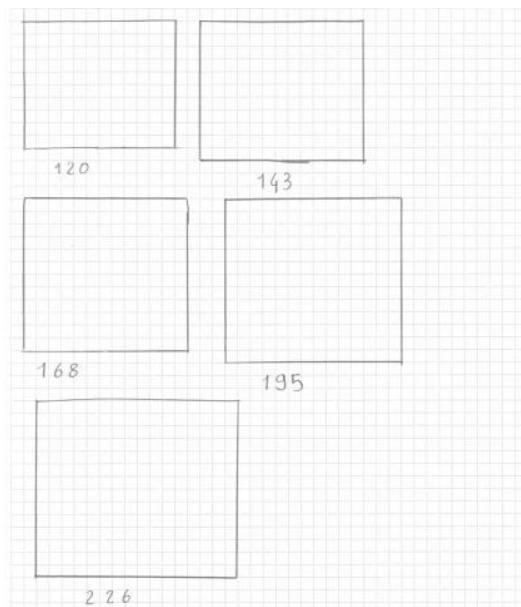
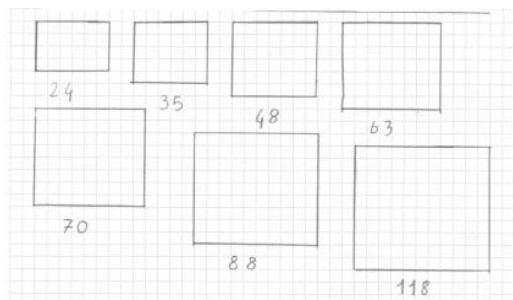
Continuando a costruire griglie rispettando la stessa regola, potrà costruire una griglia di esattamente 112 quadratini?

E una di esattamente 224?

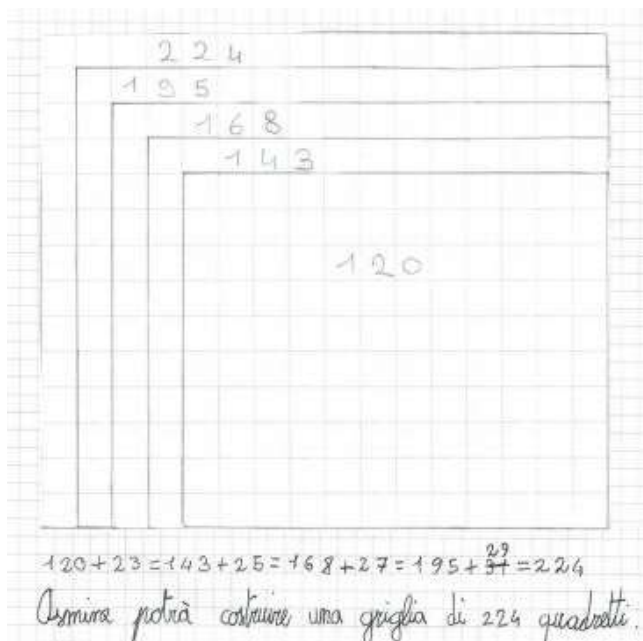
Spiegate come avete fatto a trovare la vostra risposta.

Gli allievi più piccoli (IV primaria):

generalmente prevale il disegno di tutte le griglie, separate una dall'altra. Gli allievi le costruiscono e contano il progressivo aumentare delle caselle nelle griglie rettangolari.



Compare poi tra la quinta primaria e la prima secondaria di primo grado:



Una
rappresentazione
di sintesi
commentata
verbalmente

Compaiono poi armonizzazioni di rappresentazioni verbali ,
schematizzazioni,...

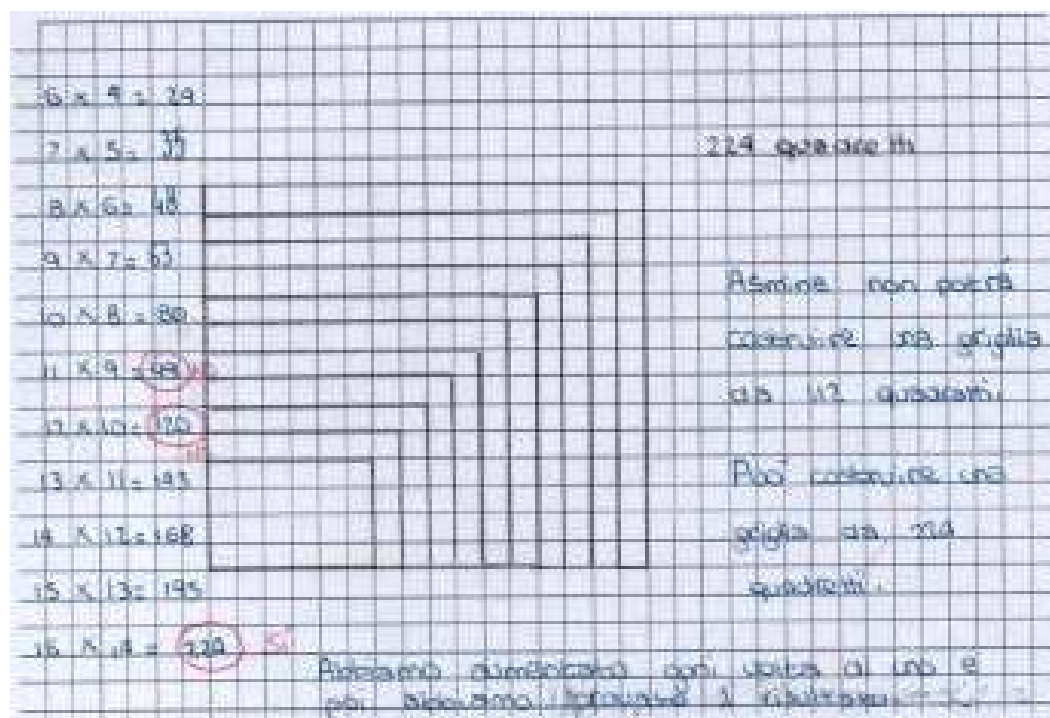
dati		cerco	
4 griglie alla partenza devi sommare 1 in altezza e 1 in larghezza		? riuscì a creare una griglia di 11x2 quadrati ? riuscì a creare un	
$24+4=28$ quadrato 4	$28+7=35$ quadrato 3	$35+5=40$ quadrato 5	$40+8=48$ quadrato 2
$48+6=54$ quadrato 6	$54+9=63$ quadrato 7	$63+7=70$ quadrato 8	$70+10=80$ quadrato 9
$80+8=88$ quadrato 1	$88+11=99$ quadrato 1	$99+9=108$ quadrato 10	$108+12=120$ quadrato 10

$120+10=130$ quadrato 11	$130+13=143$ quadrato 12	$143+11=154$ quadrato 13	$154+14=168$ quadrato 14
$168+16=184$ quadrato 15	$184+18=202$ quadrato 16	$202+20=222$ quadrato 17	$222+22=244$ quadrato 18

Importante: potrà costruire solo quelle da 224 quadrati

Aggiornamento: abbiamo aggiunto nel quarto 9 che è l'altezza e 7 che rappresenta la linea orizzontale e quella che si incrocia con quella verticale (1q) dopo abbiamo aggiunto i quadrati ai 2 fattori e poi siamo arrivati alla conclusione

Fino ad arrivare a:



Rappresentazioni che
armonizzano diversi registri
rappresentativi